U N I K A S S E L
V E R S I T Ä T

Marcus Vogt

Die optimale Bestellmenge aus wirtschaftsdidaktischem Blickwinkel

Die Andler-Bestellmengenformel: Annahmen, Missverständnisse, Darstellung in Schulbüchern

Band 45 (Zwischenfassung)

Kassel 2002

Berufs- und Wirtschaftspädagogik

Berichte aus Seminaren und Projekten

Universität Kassel ● Berufs- und Wirtschaftspädagogik. Berichte aus Seminaren und Projekten. Hrsg.: Universität Kassel, Fachbereich 10: Berufsbildungs-, Sozial- und Rechtswissenschaften. Fachgebiet Berufs- und Wirtschaftspädagogik.

Universität Kassel, Fachbereich 10

Briefanschrift: D-34109 Kassel

Telefon: (0561) 804-4439

Bestellanschrift:

Universität Kassel

Fachbereich 10

Lehrgebiet Wirtschaftsdidaktik

z. H. Elke Nörthemann

Hausanschrift: Heinrich-Plett-Str. 40, D-34132 Kassel

Briefanschrift: D-34109 Kassel

Telefon: (0561) 804-4290

Email: noerthe@uni-kassel.de

Inhalt

Abbildungen

Vorbemerkung

Im Wintersemester 2000/01 fand an der Universität Kassel ein Seminar statt, das sich mit der Rolle der Mathematik im wirtschaftlichen Fachunterricht befasste. Die Beschäftigung hiermit erscheint auch lohnend, wenn man bedenkt, dass sich viele ökonomische Modelle der Mathematik bedienen. Bei der Vermittlung dieser Modelle ist allerdings oftmals festzustellen, dass kaum Sensibilität für die Probleme, die sich aus der Verquickung ökonomischer und mathematischer Modellierungen ergeben können, vorhanden ist.

Hierfür prototypisch steht die so genannte „optimale Bestellmenge“, mit der versucht wird, das Beschaffungs- und Lagerwesen möglichst kostenoptimal zu gestalten. In dieses Konstrukt fließen gleichermaßen ökonomische als auch mathematische Setzungen in besonders problematischer Weise ein.

Je näher man sich im Rahmen des Seminars mit dem Konzept der optimalen Bestellmenge befasste, desto weniger selbstverständlich erschienen die einfließenden Annahmen, insbesondere wenn man deren Begründung nur im Bereich des Ökonomischen suchte. Somit entstand im Seminar der Wunsch, mehr über die zusätzlichen Annahmen, die aufgrund der mathematischen Modellierung notwendig wurden, herauszufinden. Darüber hinaus stellte sich für mich die Frage inwieweit Schulbücher dem Schüler bezüglich der heiklen Allianz zwischen Ökonomik und Mathematik beim Aufbau von Verständnis helfen oder ob sie ihn allein lassen.

Diese offen gebliebenen Fragen bewegten mich dazu, diesen Text zu erstellen. Für die tatkräftige Mithilfe danke ich meinen Kolleginnen Britta Göckede, Karin Howe und Kerstin Krück auf das Herzlichste.

1 Einleitung und Problemstellung

Ökonomik und Mathematik stehen in einem engen Verwandtschaftsverhältnis: Viele ökonomische Überlegungen bedienen sich mathematischer Verfahren, entweder um zu bestimmten Erkenntnissen zu gelangen oder um ökonomische Aussagen zu formalisieren und darzustellen.

Derartige mathematisch eingerahmte ökonomische Inhalte sind Alltag im Wirtschaftslehreunterricht bzw. in den dort verwendeten Schulbüchern. In meinem Text soll es um die Frage gehen: „Was und wie viel kann ein gutwilliger Schüler anhand der Schulbücher[1] lernen?“ Es geht also darum, inwieweit die Entstehung des mathematischen Modells nachvollziehbar ist, die einfließenden Annahmen herausgearbeitet werden und die Leistungsfähigkeit bzw. die Grenzen dieses Modells deutlich werden. Diesen Fragen soll im Folgenden am Beispiel der optimalen Bestellmenge nachgegangen werden, die, wie ein Blick in Schulbücher mit Titeln wie „Spezielle Betriebslehre“, „Wirtschaftslehre“ ö. Ä. zeigt, ein Standardthema im Ökonomieunterricht ist.

In einem ersten Teil erfolgt eine Sachanalyse dergestalt, dass die Annahmen und die Grenzen, die hinter diesem Konzept (insbesondere hinter der in diesem Zusammenhang relevanten „Andlerschen Bestellmengenformel“) stehen, näher beleuchtet werden. Hierbei wird zu unterscheiden sein, inwieweit es sich um innerökonomische Annahmen handelt, oder um solche, die erst aufgrund von Mathematisierungen notwendig wurden. Weiterhin soll der Frage nachgegangen werden, ob der Schnittpunkt der Bestell- und der Lagerkostenkurve stets im Kostenoptimum zu liegen hat (wie es die Abbildungen in den Schulbüchern nahe legen), warum dies alles andere als selbstverständlich ist und welche Annahmen hierfür zu treffen waren, sowie welche Aspekte von Realität dafür geopfert wurden. Zudem soll es darum gehen, warum Unternehmen Just-in-time-Konzepte benutzen, obwohl dies nach dem herkömmlichen Konzept der optimalen Bestellmenge eine viel zu kostenintensive Art des Beschaffens und Lagerns wäre.

In einem zweiten Teil der Arbeit werden Schulbücher daraufhin überprüft, inwieweit diese Annahmen und Grenzen dort skizziert werden, und es soll jeweils eingeschätzt werden, was man an dem jeweiligen Schulbuchtext als Schüler lernen kann, und was möglicherweise nicht.

[1] Schulbücher sind besser zu kontrollieren als faktische Unterrichtspraxis. Der Frage, inwieweit Schulbücher maßgeblich sind für Unterricht, und somit als Untersuchungsgegenstand legitim, wird in Kapitel 5 nachgegangen.

2 Welchen Annahmen unterliegt die Grundgleichung zur Bestimmung der optimalen Bestellmenge?

Das Ziel der Berechnung der optimalen Bestellmenge liegt in der Minimierung der Gesamtkosten der Bestellungen im Betrachtungszeitraum. Diese bestehen aus den unmittelbaren Beschaffungskosten, den mittelbaren Beschaffungskosten sowie den Lagerkosten.

Als unmittelbare Beschaffungskosten wird der Wert des Jahresbedarfs des betrachteten Produktes zu Einkaufspreisen verstanden. Dieser Warenwert zählt zweifelsohne zu den Gesamtkosten, die durch eine Bestellung verursacht werden. Mathematisierung: *Jahresbedarf B* (in Stück) multipliziert mit *Preis p* (pro Stück). Anzumerken ist, dass es sich hierbei um eine prognostische Situation hinsichtlich der Bestimmung der Menge (und eigentlich auch der Preise[2]) des Jahresbedarfs handelt.

Unter mittelbaren Kosten werden die Kosten der Bestellvorgänge (z. B. Porto und Verpackung, Anfahrt, hausinterne Kosten bei der Durchführung einer Bestellung) pro Jahr verstanden. Für den betrachteten Jahreszeitraum ergibt sich: *Anzahl der Bestellungen pro Jahr* multipliziert mit *bestellfixe Kosten K_f*. Die *Bestellungen pro Jahr* wiederum werden in der unten dargestellten Grundgleichung als Quotient ausgedrückt: *Jahresbedarf B* dividiert durch die *Menge pro Bestellung m* (in Stück).

Die Lagerkosten schließlich umfassen bspw. Raumkosten, Versicherungskosten, Zinskosten sowie sonstige mit der Lagerung zusammenhängende Kosten. Es wird zugrunde gelegt, dass sich die Lagerkosten proportional zum Wert des Lagerbestands entwickeln. Weiterhin wird davon ausgegangen, dass im Jahresdurchschnitt das Lager „halb voll“ ist. In der mathematischen Umsetzung wird somit der halbe Warenwert einer Bestellung mit einem Zins- und Lagerkostensatz q multipliziert. Nimmt man bspw. Fremdfinanzierungskosten von 7 % sowie sonstige Lagerkosten von 3 % an, ergibt sich ein Zins- und Lagerkostensatz von 10 %, q = 0,1.

Gesamtkosten der Bestellungen pro Jahr — Jahresbedarf in Stück — Preis pro Mengeneinheit — Fixe Kosten pro Bestellung — Menge pro Bestellung — Zins- und Lagerkostensatz

$$K = \underbrace{B \bullet p}_{\text{Unmittelbare Beschaffungskosten}} + \underbrace{K_f \bullet \frac{B}{m}}_{\text{Mittelbare Beschaffungskosten}} + \underbrace{\frac{m \bullet p}{2} \bullet q}_{\text{Lagerkosten}}$$

Nähere Betrachtung der Annahmen:

Jahresbedarf B:
Der Bedarf ist annahmegemäß bekannt und bezieht sich auf eine bestimmte Periode. Dies bedeutet, dass für den gesamten Betrachtungszeitraum der Bedarf zu prognostizieren ist, was sich je nach Unternehmen, Branche, Produkt usw. als nicht ganz problemlos erweisen kann.

Daneben ist die Länge des Betrachtungszeitraums bedeutsam: Muss diese Periode ein Jahr betragen, wie oft behauptet wird[3]? Der Grund hierfür ergibt sich allein dadurch, dass sich auch der Zins- und Lagerkostensatz auf ein Jahr bezieht. Doch ist Abhilfe in diesem Punkt leicht möglich: Möchte man bspw. nur einen Halbjahreszeitraum betrachten, so muss nur der Zins- und Lagerkostensatz durch

[2] Preisveränderungen sind allerdings nicht in der Formel vorgesehen. Es existiert somit nur ein Preis während des gesamten Betrachtungszeitraums.
[3] Vgl. bspw. Wöhe, Günter: Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 20. Aufl., München 2000, S. 437.

zwei geteilt werden: Aus z. B. 0,1 „Jahres - q" werden 0,05 „Halbjahres - q". Aus dem Jahresbedarf B wird nun der Halbjahresbedarf.

Preis pro Mengeneinheit p:
Der Preis verändert sich annahmegemäß weder im Zeitverlauf noch in Abhängigkeit von der Bestellmenge. Somit sind sowohl Marktschwankungen als auch eine mengenabhängig gestaffelte Preisgestaltung ausgeschlossen, sofern sich diese auf die Menge der einzelnen Bestellung bezieht. Denkbar sind allerdings Rabattabstufungen, die sich nach der Gesamtbestellmenge pro Jahr richten. Da der Jahresbedarf annahmegemäß feststeht (und somit die Rabattstufe), wären derartige (jahres-) mengenabhängige Preise in den Annahmen mit erfasst.

Bestellfixe Kosten pro Bestellung K_f:
Die bedeutsame Annahme liegt „im Fixen" der Bestellkosten: Unabhängig davon, wie „groß" die Bestellung ist, es entstehen stets Kosten in gleicher Höhe. Daneben besteht das Problem, inwieweit sich die mit der Bestellung zusammenhängenden Kosten auf ein bestimmtes Produkt hinunterbrechen lassen, insbesondere wenn mehrere Produkte gleichzeitig bestellt werden oder wenn bspw. Personalkosten der Beschaffungsabteilung berücksichtigt werden sollen.

Mittelbare Beschaffungskosten:
Die mittelbaren Beschaffungskosten werden berechnet, indem die bestellfixen Kosten K_f mit der Anzahl der Bestellungen pro Jahr multipliziert werden. Hier zeigt sich bereits eine Annahme, die sich später auch bei den Lagerkosten in ähnlicher Weise wiederfindet: Die Anzahl der Bestellungen wird definiert als *Jahresbedarf* geteilt durch *Menge pro Bestellung*. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass die Bestellmenge bei jeder Bestellung gleich hoch sein muss. Es wird also ein gleichmäßiger Verbrauch über das Jahr hinweg unterstellt, saisonale Schwankungen werden bspw. nicht abgebildet.

Lagerkosten:
Wie oben angedeutet verhalten sich die Lagerkosten annahmegemäß proportional zum Warenwert. Dies erscheint nicht unbedingt einsichtig: Nur die Zins-, evtl. auch Versicherungskosten dürften dieses Kriterium erfüllen. Hierbei wäre noch die Frage, wie hoch der angesetzte Prozentsatz sein soll, was bspw. davon abhängen könnte, ob die Lieferung (teilweise) fremdfinanziert wurde oder nicht. Für den anderen Bestandteil von q, den Lagerkostensatz, erscheint eine lagerWERTabhängige Entwicklung zunächst eher zweifelhaft. Sinn erhält dies nur, wenn man für jedes einzelne Produkt einen eigenen Lagerkostensatz einführt. Man nehme bspw. an, dass die Lagerkosten (ohne Zinskosten) von den Abmessungen eines Produktes linear abhängen (Berechnung der Lagerkosten nach Volumen). Es gilt bei konstanten Preisen, dass der Lagerwert linear mit der am Lager befindlichen Menge zusammenhängt, und diese wiederum linear mit dem Platzbedarf, der für ein bestimmtes Produkt insgesamt gebraucht wird. Somit gibt es eine lineare Beziehung zwischen dem Lagerwert und den Lagerkosten. Diese lineare Beziehung ist durch den Lagerkostensatz ausgedrückt. Und da die verschiedenen Produkte unterschiedliche Preise und Abmessungen haben, muss es auch für jedes Produkt einen eigenen Lagerkostensatz geben.[4]

Eine Idealisierung ergibt sich durch die Annahme, dass der durchschnittliche Wert des Lagers dem einer halben Bestellmenge (½ • m • p) entspricht. Dies wird erreicht, indem ein kontinuierlicher Abgang aus dem Lager unterstellt wird.

[4] Beispiel: Nimmt man volumenabhängige Lagerkosten an, ergibt sich bspw. für Mikrochips eine völlig andere Relation zwischen Lagerwert und Lagerkosten als es bei Mehlpackungen der Fall ist. Somit benötigen alle Produkte einen eigenen Lagerkostensatz.

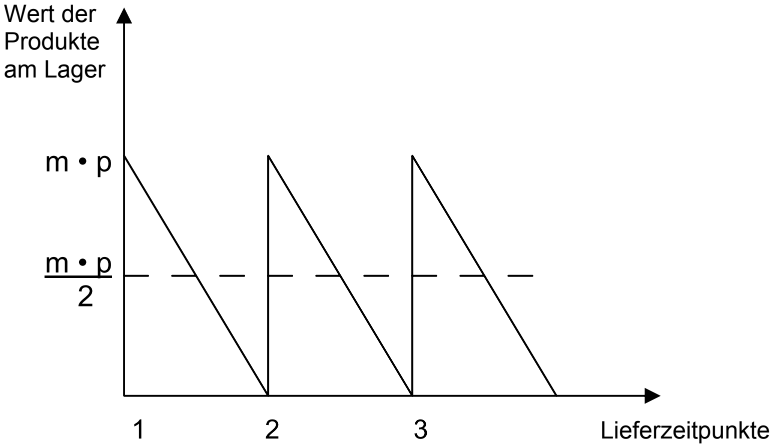

Abbildung 1: Kontinuierlicher Lagerabgang ohne Berücksichtigung eines Mindestbestands

Der lineare Abgang aus dem Lager scheint dann eine relativ gute Annäherung zu sein, wenn man einen kontinuierlichen Verbrauch des Produktes über die gesamte Periode (zumeist ein Jahr) unterstellt. Man könnte vermuten, dass sich die Fehler (mal schnellerer, mal langsamerer Abgang) ausgleichen werden.

Ein Problem ergibt sich, wenn der Betrachtungszeitraum, für den die optimale Bestellmenge ermittelt werden soll (herkömmlicherweise 1 Jahr), von der Periode abweicht, in der die bestellten und gelagerten Teile bspw. für die Produktion benötigt werden (wenn also bspw. ein Produkt nur innerhalb eines Zeitraums von wenigen Monaten produziert wird). Dies würde bedeuten, dass zwar innerhalb der Periode, in der der Lagerbestand benötigt wird, ein kontinuierlicher Abgang stattfinden würde, außerhalb dieses Zeitraums sich der Lagerbestand allerdings überhaupt nicht verändert. Die errechnete „optimale“ Kombination aus Bestellmengen und Anzahl der Bestellzeitpunkten würde das Lager in den Zeiten ohne Abgang übermäßig anschwellen lassen und im Gegenzug könnte in der Periode, in der die Teile benötigt werden, der Lagerbestand nicht ausreichen für eine reibungslose Produktion. Somit ist zu fordern, dass der Betrachtungszeitraum der optimalen Bestellmenge mit dem Zeitraum, in dem ein annähernd kontinuierlicher Abgang des Lagerbestandes vorliegt, übereinzustimmen hat. Ist dies nicht der Fall, wird sich die Produktion möglicherweise sehr schnell beschweren, warum sie trotz der ausgeklügelten Optimierung der Bestellmenge keine Teile mehr hat.

Eiserner Bestand:
An der obigen Darstellung wird deutlich, dass der Lagerbestand stets auf Null zurückgefahren wird. Mit Entnahme des letzten Teiles trifft die neue Lieferung ein, das Lager ist wieder voll. In der Praxis trifft man jedoch auf einen Mindestbestand (eiserner Bestand), der Ausfälle bei Bedarfsschwankungen oder Lieferverzögerungen verhindern soll. Die obige Kurve verschiebt sich dadurch um den Wert des Mindestbestandes nach oben:

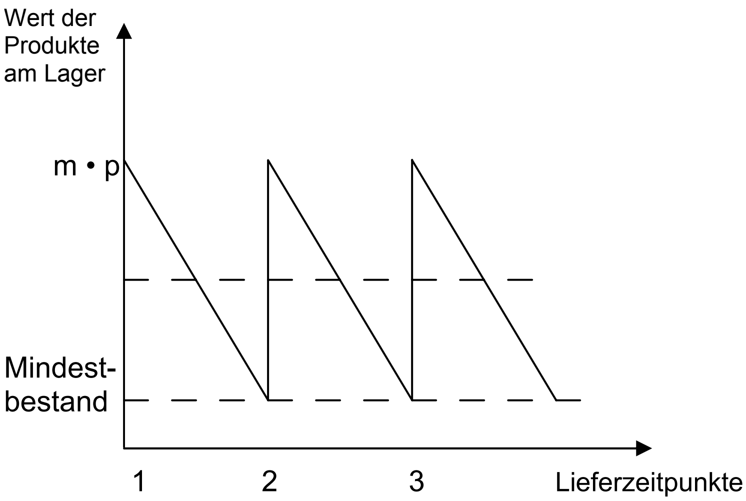

Abbildung 2: Kontinuierlicher Lagerabgang mit Berücksichtigung eines Mindestbestands

Diesen eisernen Bestand kann man somit als lagerfixe Kosten begreifen. Derartige Kosten in die Berechnung der optimalen Bestellmenge zu integrieren, stellt kein Problem dar, führt allerdings dazu, dass der Schnittpunkt der beiden Kostenfunktionen nicht mehr im Minimum der Gesamtkosten liegt und somit nicht der optimalen Bestellmenge entspricht (mehr dazu später).

Unendliche Reaktionsgeschwindigkeit
Als Modellkritik wird oft formuliert, dass von einer unendlichen Reaktionsgeschwindigkeit ausgegangen wird. Zwischen Lagerbestand gleich Null, der Bestellung und der Lieferung vergeht nur der Bruchteil einer Sekunde. Doch wie ernst ist diese Kritik zu nehmen? Führt man bspw. in der betrieblichen Praxis einen Meldebestand ein, kann zu diesem Zeitpunkt bestellt werden. Bis zum Zeitpunkt des Eintreffens des Nachschubs wird der Lagerbestand immer geringer, bis er bei Eintreffen der neuen Lieferung auf dem Stand der eisernen Reserve angekommen ist. Diese Mindestreserve (die wie weiter unten gezeigt wird, bereits in der Andler-Formel enthalten ist) bildet dann einen entsprechenden Sicherheitspuffer. Es wird also von den Annahmen her nicht gefordert, dass man erst bestellen darf, wenn das Lager leer ist. Viel eher fordert die Formel, dass die Zahlung zum Zeitpunkt der Lieferung erfolgt.

3 Herleitung der Andler-Formel durch Ableitung

In dem vorangegangenen Schritt wurden die Annahmen, die sich aus der Gesamtkostenfunktion ergeben, herausgearbeitet. Nun soll mathematisch aus dieser Grundgleichung die Andlersche Bestellmengenformel hergeleitet werden - jene Formel, die die Bestellmenge bestimmt, bei der die Gesamtkosten minimal sind.

Mathematisch muss dazu das Minimum der Gesamtkostenfunktion berechnet werden. Bekanntlich können die Extrempunkte einer Funktion dadurch ermittelt werden, dass die erste Ableitung gebildet und gleich Null gesetzt wird.

Um die mathematische Handhabbarkeit zu erleichtern, kann die bisherige Grundgleichung umgestellt werden:

$$K(m) = B \cdot p + (K_f \cdot B) \cdot m^{-1} + \frac{p \cdot q}{2} \cdot m$$

Es wurde an dieser Stelle lediglich von einer veränderten Schreibweise Gebrauch gemacht: Bei den mittelbaren Beschaffungskosten wurde der Quotient (1/m) nun als Faktor m^{-1} ausgedrückt. Bei den Lagerkosten wurde m als Faktor aus dem Bruch ausgegliedert. Eine derartige Umstellung der Grundgleichung ist, wie gesagt, nicht notwendig. Doch lässt sich damit m. E. elegant der Einsatz „einfacherer“ Ableitungsregeln erreichen.

Die an dieser Stelle bedeutenden Ableitungsregeln sind:

Abzuleitende Funktion	**Ableitungsfunktion**
$f(x) = g(x) \pm c$	$f'(x) = g'(x)$
$f(x) = c \cdot g(x)$	$f'(x) = c \cdot g'(x)$
$f(x) = g(x) \pm h(x)$	$f'(x) = g'(x) \pm h'(x)$
$f(x) = x^n$	$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

$$K(m) = B \cdot p + (K_f \cdot B) \cdot m^{-1} + \frac{p \cdot q}{2} \cdot m^1$$

Konstante

Faktor bleibt erhalten

Aus m^{-1} wird $-1 \cdot m^{-2}$

Faktor bleibt erhalten

Aus m^1 wird $1 \cdot m^0$, also 1

$$\frac{dK}{dm} = 0 + (K_f \cdot B) \cdot (-1) \cdot m^{-2} + \frac{p \cdot q}{2} \cdot 1 = -\frac{K_f \cdot B}{m^2} + \frac{p \cdot q}{2}$$

Um die Extrema zu ermitteln, wird diese Funktion nun gleich Null gesetzt und anschließend nach m aufgelöst:

$$0 = -\frac{K_f \cdot B}{m^2} + \frac{p \cdot q}{2} \qquad \Big| \cdot m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad 0 = -K_f \cdot B + \frac{p \cdot q \cdot m^2}{2} \qquad \Big| -\tfrac{1}{2}\, p \cdot q \cdot m^2$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{p \cdot q \cdot m^2}{2} = -K_f \cdot B \qquad \Big| \cdot \frac{-2}{p \cdot q}$$

$$\Leftrightarrow \quad m^2 = \frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q} \qquad \Big| \sqrt{\ }$$

$$\rightarrow \quad m = \pm\sqrt{\frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q}}$$

Für die ökonomische Betrachtungsweise kann die zweite, negative Lösung außer Acht gelassen werden, da negative Bestellmengen keinen Sinn ergeben. Somit muss das Ergebnis stets positiv sein:

$$\boxed{m_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q}}}$$

Als Ergebnis liegt nun die Andler-Formel zur Berechnung der optimalen Bestellmenge vor. An der Stelle m_{opt} sind die Gesamtkosten minimal.

Anmerkung: Mathematisch vollständig korrekt, muss noch die dritte Ableitung gebildet werden, um nachzuweisen, dass es sich um ein Minimum, und nicht um ein Maximum oder einen Wendepunkt handelt. Dies ist in den Vorarbeiten zu diesem Papier geschehen, soll an dieser Stelle aber nicht ausgeführt werden.

4 Das Mysterium des Schnittpunktes und andere Auffälligkeiten

Warum liegt der Schnittpunkt der Kostenkurven „mittelbare Beschaffungskosten“ und „Lagerkosten“ exakt bei m_{opt} ?

Die folgende Grafik zeigt die beide Kostenkurven, die sich mit den nachstehenden Daten ergibt:

Jahresbedarf	B = 10.000 Stück
Bestellfixe Kosten	K_f = 250 €
Stückpreis	p = 50 €
Zins- und Lagerkostensatz	q = 0,1

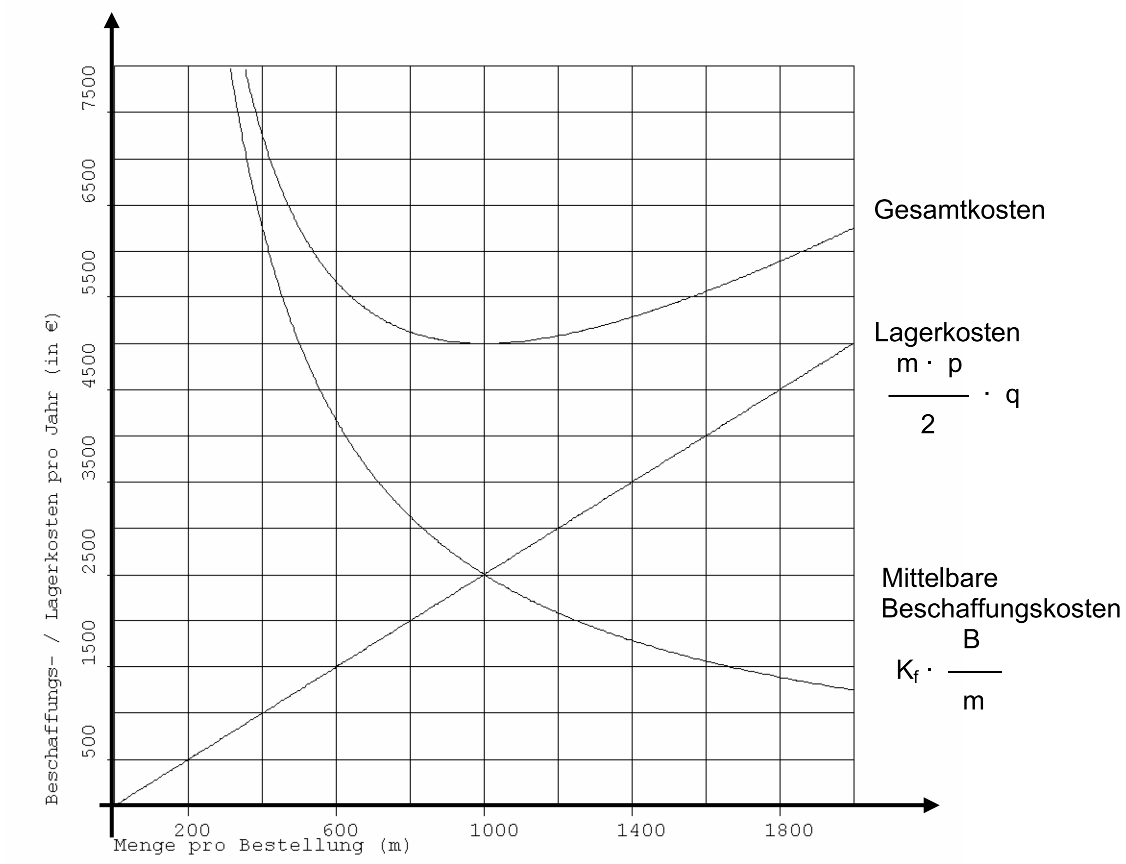

Abbildung 3: Mittelbare Beschaffungskosten und Lagerkosten anhand eines Zahlenbeispiels

Der Schnittpunkt der Kurven „Lagerkosten“ und „mittelbare Beschaffungskosten“ liegt bei m=1000. Dies entspricht auch dem Ergebnis, welches sich aus der Andler-Formel ergibt:

$$m_{opt} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \cdot 250}{50 \cdot 0{,}1}} \text{ Stück} = 1000 \text{ Stück}$$

Aber liegt der Schnittpunkt der Kurven stets bei m_{opt}?
Es ist ökonomisch nicht einsehbar, warum gerade dann ein Optimum erreicht sein soll, wenn beide Kostenarten den gleichen Wert haben. Aus ökonomischer Sicht ist lediglich angestrebt, die Gesamtkosten, die sich aus der Addition beider Kostenfunktionen ergeben, zu minimieren. Dass dennoch der Schnittpunkt der Kurven „Lagerkosten“ und „mittelbare Beschaffungskosten“, so wie die Annahmen herkömmlicherweise gesetzt sind, stets bei m_{opt} liegen muss, lässt sich mathematisch zeigen:

Durch die Gleichsetzung beider Kostenarten müsste man, wenn der Schnittpunkt stets im bei m_{opt} liegen soll, durch Äquivalenzumformungen ebenfalls zur Andler-Formel gelangen können.

Mittelbare Bestellkosten sind gleich Lagerkosten

$$\frac{K_f \cdot B}{m} = \frac{p \cdot q}{2} \cdot m \qquad \Big| \cdot \frac{2}{p \cdot q}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{2 \cdot K_f \cdot B}{m \cdot p \cdot q} = m \qquad \Big| \cdot m$$

$$\Leftrightarrow \quad m^2 = \frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q} \qquad \Big| \sqrt{}$$

$$\rightarrow \quad m = \pm \sqrt{\frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q}}$$

Es gilt die gleiche Begründung wie weiter oben bei der Herleitung der Andler-Formel durch Ableitung: Für die ökonomische Betrachtungsweise kann die negative Lösung außer Acht gelassen werden, da negative Bestellmengen keinen Sinn ergeben. Somit muss das Ergebnis stets positiv sein:

$$m = \sqrt{\frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q}}$$

Dies entspricht der Andler-Formel. Somit wurde gezeigt, dass unter den oben besprochenen Annahmen der Schnittpunkt beider Kostenfunktionen stets bei $m = m_{opt}$ liegt. Dies ist mathematisch zwingend angesichts der einfließenden Annahmen. Die ökonomische Ergiebigkeit ist allerdings zweifelhaft, wie in den folgenden Abschnitten gezeigt wird.

Was wäre, wenn...? - Einführung lagerfixer Kosten

Doch was passiert, wenn man lagerfixe Kosten (z. B. als eisener Bestand) einführt, die in der betrieblichen Realität durchaus ihren Stellenwert haben dürften?

Die Überraschung ist groß: Lagerfixe Kosten würden in der abzuleitenden Gesamtkostenfunktion als Konstante zu den Lagerkosten addiert werden. Bei der Ableitung würde diese Summe allerdings wegfallen. Im Ergebnis heißt dies: Die Andler-Formel beinhaltet bereits lagerfixe Kosten und eiserne Bestände. Gleichwohl verschiebt sich aber bei deren Berücksichtigung der Schnittpunkt und liegt nicht mehr im Optimum. Ökonomisch leuchtet auch ein, warum sich das Optimum nicht ändert: Wenn ein Teil der Kosten fix und unveränderlich hinsichtlich sich ändernder Bestellmengen ist, hat dieser Teil auch keinen Einfluss auf die Optimierung.
Insofern erstaunt es, wenn man bei Wöhe liest, dass es in der Literatur noch Erweiterungen des Grundmodells gebe, die fixe Lagerkosten berücksichtigen würden.[5] Sie sind bereits berücksichtigt, zumindest ändert sich die Andler-Formel nicht, wenn man in der Grundgleichung lagerfixe Kosten addiert.

Aber warum steht das nicht so in den Schulbüchern?[6]
Der Verdacht könnte aufkommen, dass man unbedingt am ästhetischen Zustand, dass der Schnittpunkt der Kostenkurven bei m_{opt} liegt, festhalten wollte.

Im Folgenden soll gezeigt werden, wie sich die Einführung lagerfixer Kosten auf die Schnittpunktberechnung auswirkt:

Nennen wir die lagerfixen Kosten einmal L_f und setzen folgende Kostenfunktionen gleich, um deren Schnittpunkt zu erhalten:

Mittelbare Bestellkosten sind gleich Lagerkosten einschließlich lagerfixer Kosten

$$\frac{K_f \cdot B}{m} = \frac{p \cdot q}{2} \cdot m + L_f \qquad \Big| \cdot m$$

$$\Leftrightarrow \quad K_f \cdot B = \frac{p \cdot q}{2} \cdot m^2 + L_f \cdot m \qquad \Big| - (K_f \cdot B)$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{p \cdot q}{2} \cdot m^2 + L_f \cdot m - K_f \cdot B = 0 \qquad \Big| \cdot \frac{2}{p \cdot q}$$

$$\Leftrightarrow \quad m^2 + \frac{2 \cdot L_f}{p \cdot q} \cdot m - \frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q} = 0$$

Für die Lösung einer quadratischen Gleichung in der Normalform

$x^2 + p\,x + q = 0$ gilt :

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

pq-Formel, nicht zu verwechseln mit den hier verwendeten Platzhaltern Preis (p) und Zins- / Lagerkostensatz (q).

[5] Vgl. Wöhe 2000, S. 439.
[6] Dass es dort i. d. R. nicht steht, wird in Kapitel 5 beschrieben.

Auf unsere Gleichung angewandt heißt das:

$$m_{1,2} = -\frac{L_f}{p \cdot q} \pm \sqrt{\frac{L_f^{\,2}}{(p \cdot q)^2} + \frac{2 \cdot K_f \cdot B}{p \cdot q}}$$

Mit dieser Formel lässt sich der Schnittpunkt der Funktionen „mittelbare Beschaffungskosten“ und „Lagerkosten einschl. lagerfixer Kosten“ errechnen.

Erweitern wir das bisherige Zahlenbeispiel bspw. um lagerfixe Kosten von 1500 €, ergeben sich folgende Werte: $m_1 = 744{,}031$ sowie $m_2 = -1344{,}031$. Wieder gilt, dass an dieser Stelle nur die positive Lösung relevant ist. Daneben gilt es, den ökonomischen Einwand zu beachten, dass Bestellmengen nur in ganzen Zahlen auszudrücken sind. Dann hätte man sich zu entscheiden zwischen m = 744 oder m = 745.

Es wird eines deutlich: Der Schnittpunkt der beiden Kostenfunktionen liegt nach Einführung von lagerfixen Kosten in Höhe von 1500 € bei m = 744 bzw. m = 745, die optimale Bestellmenge liegt aber weiterhin bei 1000 Stück. Schnittpunkt der Kostenfunktionen und das Minimum der Gesamtkostenfunktion fallen auseinander.

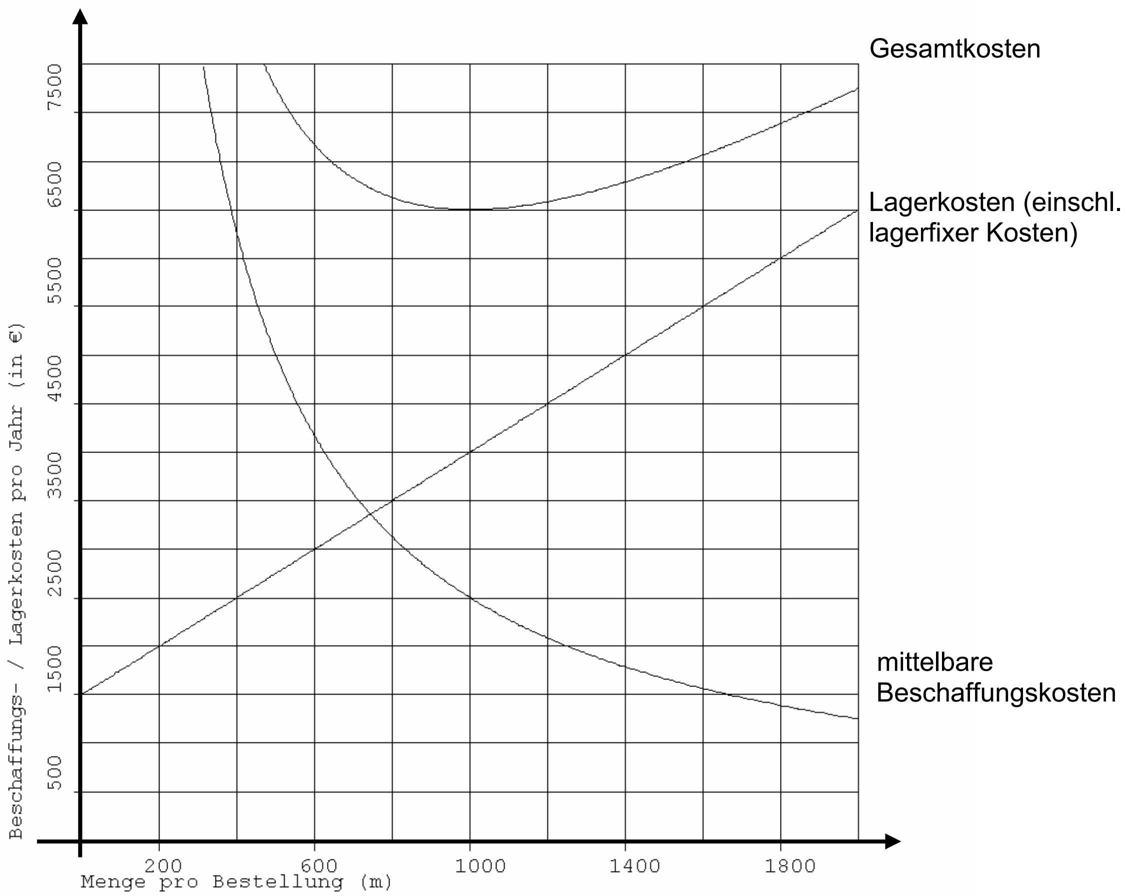

Abbildung 4: Mittelbare Beschaffungskosten und Lagerkosten anhand eines Zahlenbeispiels unter Berücksichtigung lagerfixer Kosten

Grafisch wird das bisher Gesagte besonders deutlich: Beim Vergleich der Abbildungen 3 und 4 lässt sich einfach erkennen, dass sich die Lagerkostenkurve parallel um den Wert der lagerfixen Kosten nach oben verschiebt.

Resümierend lässt sich also feststellen: Die Andler-Formel berücksichtigt bereits lagerfixe Kosten. In den meisten Darstellungen, insbesondere in Schulbüchern, werden diese allerdings, wie in Kapitel 5 gezeigt wird, nicht berücksichtigt (was allerdings nicht expliziert wird). Dadurch wird erreicht, dass es zu der erwähnten Schnittpunkt-gleich-optimale-Bestellmenge-Ästhetik kommt. Dass dieses Ergebnis nur aufgrund ganz spezifischer Annahmen entstanden ist, wird i. d. R. ebenso wenig vermittelt wie die Tatsache, dass die Schnittpunkt-Ästhetik aus ökonomischer Sicht wenig sinnvoll oder hilfreich ist und dass Realitätsnähe ohne Not geopfert wurde.

Was wäre, wenn? - Einführung bestellmengenabhängiger Kosten

Ein Kritikpunkt an der Formel liegt darin, dass nur bestell**fixe** Bestellkosten angenommen werden. D. h. die Kosten, die bei einer Bestellung entstehen, sind stets gleich hoch, sie sind unabhängig von der bestellten Menge. Aber was passiert eigentlich, wenn man mengenabhängige Bestellkosten einführt?

Unterstellen wir, dass sich die Bestellkosten abhängig von der Bestellmenge entwickeln (warum eigentlich nicht? Man denke an Posten wie Fracht und Porto!). Im Sinne der mathematischen Handhabung ist diese Annahme dahingehend zu konkretisieren, dass sich die Bestellkosten proportional zu der bestellten Menge entwickeln. Dann ergibt sich Folgendes ($K_{Stück}$ seien die Bestellkosten pro Stück):

$$K = B \cdot p + K_{Stück} \cdot B + \frac{p \cdot q}{2} \cdot m$$

$$\frac{dK}{dm} = \frac{p \cdot q}{2}$$

Mal abgesehen davon, dass diese mathematische Operation nicht zielführend ist, wird eines deutlich: Hier kann keine Bestellmenge m optimiert werden, da m nicht mehr Teil der Formel ist. Die variablen Bestellkosten bleiben bezogen auf den gesamten Betrachtungszeitraum konstant, unabhängig davon, welche Bestellmenge gewählt wird (Beispiel: Es entstehen auf das Jahr bezogen gleich hohe Bestellkosten, sowohl wenn der gesamte Bedarf von 1000 Stück auf einmal bezogen wird, als auch wenn 1000 mal jeweils nur ein Teil bestellt wird - sofern angenommen wird, dass sich die Bestellkosten linear zur Bestellmenge verhalten).

Die (variablen) Lagerkosten hingegen steigen linear mit wachsendem m. In der Folge heißt dies: Die Bestellmenge ist aus (Lager-)Kostengründen so klein wie möglich halten.

Was wäre, wenn? - Einführung der Kombination bestellmengenabhängiger und -fixer Kosten

Wenn man sich nun vornimmt, die Realität besser abzubilden, und sowohl bestellfixe Kosten annimmt (wie bereits in der originären Andler-Formel geschehen) als auch mengenabhängige Bestellkosten einführt, entsteht folgende Gesamtkostenfunktion (Annahme eines fixen Bestellkostenbetrags sowie eines (linearen) mengenabhängigen Betrags ab dem ersten Stück).

Mengenabhänige
Bestellkosten

$$K = B \cdot p + (K_f \cdot B) \cdot m^{-1} + B \cdot K_{Stück} + \frac{p \cdot q}{2} \cdot m^1$$

Würde man die Funktion ableiten, würden die mengenabhängigen Bestellkosten wegfallen, da es sich um eine Konstante handelt.

Somit gilt, dass die Andlerformel bereits mengenabhängige Bestellkosten beinhaltet, sofern sich diese ab dem ersten Stück linear entwickeln. Ähnlich wie bei den Lagerkosten entfällt dann allerdings die wunderbare Eigenschaft, dass der Schnittpunkt bei m_{opt} liegt.

Zwischenfazit

Es können einige Kritikpunkte, die in der Literatur genannt werden, relativiert werden.

(1) Die Planungsperiode beträgt 1 Jahr ➔ Nicht zwingend notwendig, vielmehr muss sich der Zins- und Lagerkostensatz auf die gleiche Periode wie der Gesamtbedarf B beziehen
(2) Der Verbrauch ab Lager erfolgt kontinuierlich ➔ Dies ist zwar richtig, dennoch kann vermutet werden, dass sich Abweichungen in Form von unterschiedlichem Abgang tendenziell ausgleichen. Viel bedeutender ist, dass ein relativ kontinuierlicher Abgang während des gesamten Betrachtungszeitraums angenommen wird.
(3) Die Beschaffungsgeschwindigkeit ist unterschiedlich schnell ➔ Nicht erforderlich. Das Modell geht nur davon aus, dass die Lieferung direkt bei Entnahme des letzten Stückes bzw. bei Erreichen des Mindestbestandes eintrifft.
(4) Es gibt keine fixen Lagerkosten ➔ Stimmt nicht, nur die Schnittpunkt-Ästhetik entfällt bei Annahme von fixen Lagerkosten.
(5) Bestellkosten sind immer gleich hoch, unabhängig von der gelieferten Menge ➔ Stimmt nur bedingt, da mengenabhängige Bestellkosten, sofern sie linear und ab dem ersten Stück anfallen, einbezogen sind.

Einige Kritikpunkte bleiben:

- Keine Lagerraumbeschränkungen bzw. mangelnde Berücksichtigung der Restriktionen bestehender Lager
- Keine finanziellen Restriktionen (z. B. werden keine Liquiditätsprobleme berücksichtigt)
- Der unterstellte Bedarf in der Periode unterliegt prognostischer Unsicherheit
- Keine Preisänderungen im Betrachtungszeitraum

Allgemeine Herleitung: Unter welchen Voraussetzungen liegt der Schnittpunkt bei m_{opt}?

Wie später noch ausführlich dargestellt wird, findet sich in Schulbüchern in den allermeisten Fällen die Auffälligkeit, dass das Minimum der Gesamtkostenfunktion an genau der Stelle auf der x-Achse liegt, an der sich auch der Schnittpunkt der einzelnen Kostenfunktionen befindet. Es wurde in den vorangegangenen Abschnitten gezeigt, dass bei Annahme der Gesamtkostenfunktion in der Form, wie sie in Kapitel 2 dargestellt wurde, dies auch zwangsläufig so zu sein hat. Es wurde auch gezeigt, dass dies nicht mehr der Fall ist, wenn man bspw. lagerfixe Kosten einbezieht.

Was bisher nicht dargestellt wurde, ist eine allgemeine Beschreibung der Eigenschaften, die die Kostenfunktionen haben müssen, damit es zur erwähnten Schnittpunktästhetik kommt. Dies soll im Folgenden geschehen. Genauer gesagt, wird von einer linear steigenden Lagerkostenfunktion ausgegangen (so wie in der Grundgleichung auch) und untersucht, welche allgemeine Eigenschaft die Bestellkostenfunktion dann haben muss.[7]

Da die Eigenschaften der Bestellkostenkurve erst herauszufinden und somit unbekannt sind, wird sie in allgemeiner Form als f(m) beschrieben, also einer von der Bestellmenge abhängigen Funktion.

Die Lagerkostenfunktion wird als durch den Nullpunkt gehende Gerade mit der Steigung m_s definiert.[8] In allgemeiner Form lautet die Funktion also $g(m) = m_s \cdot m$.

[7] Die folgende Herleitung wurde angeregt von Prof. Dr. Werner Blum, Fachgebiet Mathematikdidaktik, und stammt aus dem Seminar „Formeln, Graphen, Tabellen und andere mathematische Modelle in wirtschaftsberuflichen Fächern" im Wintersemester 2000/01 an der Universität Kassel. Vielen Dank!
[8] Üblicherweise wird die Steigung in der Mathematik als m ausgedrückt. Da diese Variable hier bereits für die Bestellmenge verwendet wird, erhält die Steigungsvariable einen Index und wird im folgenden als m_s bezeichnet. Die optimale Bestellmenge wird weiterhin als m_{opt} bezeichnet.

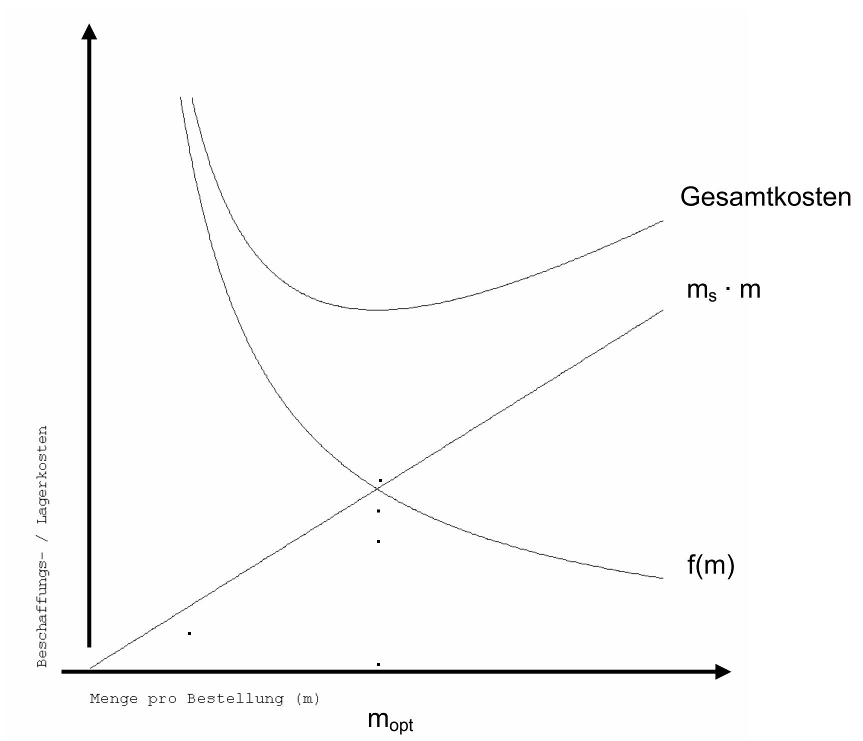

Abbildung 5: Allgemeine Charakteristik der Kurven Lagerkosten und mittelbare Beschaffungskosten

Ermittlung des Minimums der Gesamtkosten:

Ableitung der Gesamtkosten K:

$$K = f(m) + m_s \cdot m$$

$$K' = f'(m_{opt}) + m_s$$

Extremwertberechnung durch Setzung der Ableitung gleich Null:

$$0 = f'(m_{opt}) + m_s$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{m_s = -f'(m_{opt})}$$

Dieser Zusammenhang gilt für das Extremum.

Gleichzeitig soll dieses Extremum im Schnittpunkt liegen. Schnittpunktberechnung:

$$m_s \cdot m_{opt} = f(m_{opt})$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{m_s = \frac{f(m_{opt})}{m_{opt}}}$$

Beide eingerahmten Gleichungen müssen gelten, wenn der Schnittpunkt der Kostenfunktionen beim selben Wert von m liegen soll wie das Gesamtkostenminimum. Aus diesem Grunde werden beide nach m_s aufgelösten Gleichungen gleichgesetzt. Daraus ergibt sich:

$$-f'(m_{opt}) = \frac{f(m_{opt})}{m_{opt}} \qquad \Big| \; : (-1)\, f(m_{opt})$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{f'(m_{opt})}{f(m_{opt})} = -\frac{1}{m_{opt}}$$

Es gilt:

$$(\ln f(m))' = \frac{f'(m)}{f(m)}$$

In Worten: Der abgeleitete natürliche Logarithmus einer Funktion ist gleich dem Quotient aus f´(m) und f(m).

Unter Benutzung von

$$(\ln m)' = \frac{1}{m}$$

ergibt sich:

$$\ln f(m) = -\ln m + c \qquad \Big|\ \text{e hoch}$$

Warum c? Weil es nicht auszuschließen ist, dass in der abgeleiteten Funktion eine Konstante existierte, die durch die Ableitung weggefallen ist.

$$\Leftrightarrow \quad e^{\ln f(m)} = e^{-\ln m + c}$$

$$\Leftrightarrow \quad f(m) = e^{-\ln m} \cdot e^{c}$$

$$\Leftrightarrow \quad f(m) = \frac{1}{e^{\ln m}} \cdot e^{c}$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{f(m) = \frac{e^{c}}{m}}$$

e^c ist eine Konstante.

Im Ergebnis bedeutet dies, dass der Wert von m im Schnittpunkt der beiden einzelnen Kostenfunktionen immer dann gleich dem m – Wert des Gesamtkostenminimums ist, **wenn die Bestellkosten die Form einer Hyperbel haben**. Dies gilt unter der Annahme, dass die Lagerkostenfunktion linear steigt und durch den Nullpunkt geht.

Die Bestellkostenfunktion muss also die Form einer Hyperbel haben, damit es zu der erwähnten Schnittpunkt-Ästhetik kommt. Wie gezeigt wurde, ist dies auch stets der Fall, so wie die Annahmen gewählt wurden – aber auch nur dann.

Damit soll die stark innermathematische Ebene allmählich verlassen und die Frage gestellt werden, wie sich ein Abweichen vom Optimum auf die Kosten auswirkt.

Wie hoch ist der „Schaden", wenn man außerhalb des Optimums bestellt?

Dieser einordnende Aspekt wird m. E. eher stiefmütterlich behandelt. Auch hier hilft der Blick auf eine Grafik, die die Gesamtkosten der Bestellung K abbildet (Die folgende Grafik berücksichtigt keine lagerfixen Kosten. Da sich am Krümmungsverhalten der Kurve aber nichts ändert, gilt die Betrachtung unabhängig vom Einbezug lagerfixer Kosten).

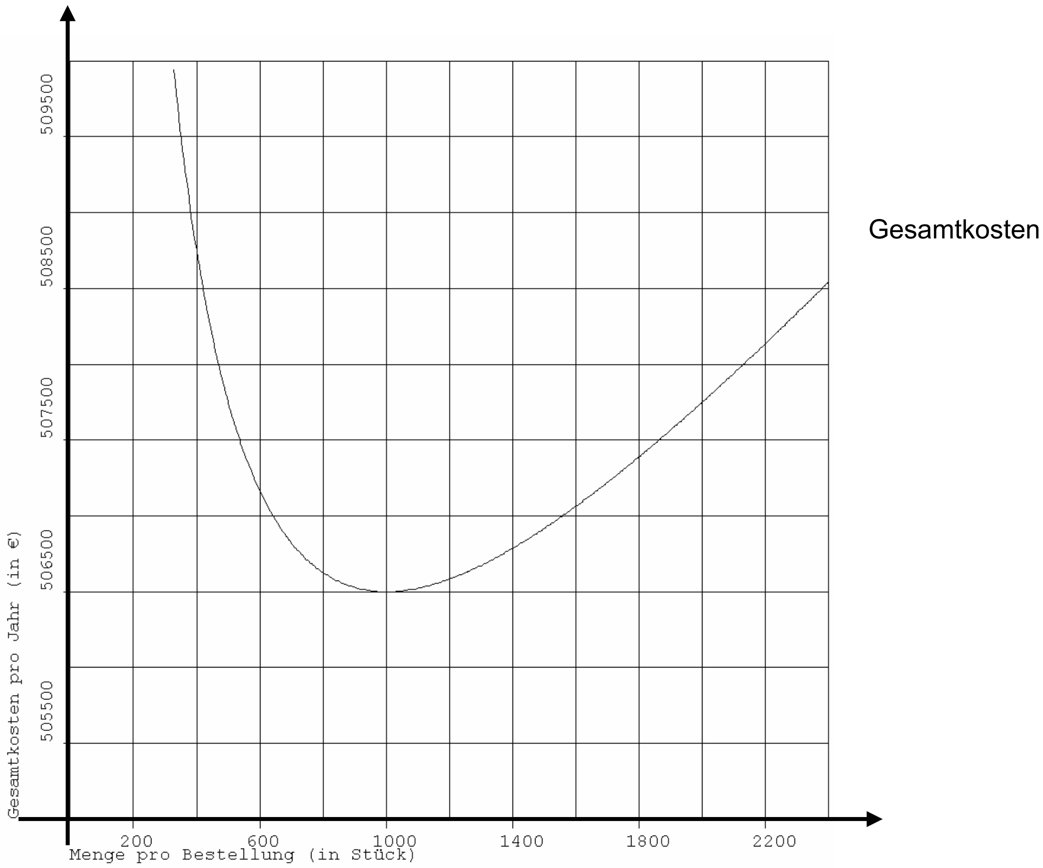

Abbildung 6: Gesamtkosten der Bestellungen pro Jahr anhand eines Zahlenbeispiels

Für dieses Beispiel gilt: Im Zweifel eher über der optimalen Bestellmenge bestellen als darunter, weil links des Optimums die Kurve deutlicher ansteigt als rechts davon. Nimmt man an, dass man sich grob verschätzt und als Bestellmenge m = 300 Stück wählt (statt m_{opt} = 1000), betragen die Mehrkosten im Vergleich zum Optimum knapp 2600 €. Dies ist bezogen auf die Gesamtkosten eine Mehrbelastung von etwa einem halben Prozent. Ob dies viel ist oder nicht, wäre wieder eine zweite Frage, die es zu diskutieren gilt.

Das Just-in-time-Konzept und die Andlersche Bestellmengenformel –
Wie passt das zusammen?

Die Frage nach den Mehrkosten bei einer Bestellung außerhalb des Optimums führt direkt zum Just-in-time-Konzept. Schließlich handelt es sich hierbei um eine bestimmte Organisation des Bestell- und Lagerwesens, die auf eine Maximierung der Bestellvorgänge setzt. In den Kategorien der optimalen Bestellmenge, wie sie bisher dargestellt wurde, handelt es sich also um eine Organisation der Logistik weit außerhalb des Kostenoptimums. Warum machen Unternehmen dann so etwas?

Im letzten Quartal des 20. Jahrhunderts gingen Unternehmen zunehmend ab von einer isolierten Optimierung der Bereiche Lager und Beschaffung. Wie bei der optimalen Bestellmenge gesehen, kann die Maximierung der Bestellvorgänge nicht das gesuchte Kostenoptimum darstellen. Bei Just-in-time (JIT) geschieht aber genau das: die Anzahl der Bestellvorgänge wird über das (isoliert festgestellte) Optimum hinaus erhöht.

Somit stellt sich die Frage, wie das Konzept der optimalen Bestellmenge mit dem Just-in-time-Konzept harmonieren kann. Eine Lösung könnte darin liegen, dass man eine Optimierung über die Betriebsgrenzen hinaus annimmt. Konkret bedeutet dies, dass man bei isolierter Betrachtung der Bereiche Lager und Beschaffung zwar außerhalb des Optimums arbeitet, dieser „Nachteil" allerdings durch Einbezug von Zulieferern und Speditionen überkompensiert wird. Denkbar ist der Abschluss von mittelfristigen Rahmenverträgen, die dem Zulieferern Sicherheit und Planungsmöglichkeiten geben, was sich in günstigeren Preisen niederschlägt (z. B. keine / geringere „Risikoprämie"). Zudem können bspw. Speditionen ein Lager günstiger betreiben, da sie die (größeren) Lager für mehrere Kunden nutzen können und sich bestimmte lagerfixe Kosten u. U. stärker verteilen, was sich am Ende wiederum in geringeren Lagerkosten pro Stück niederschlagen kann. Daneben lassen sich durch Rahmenvereinbarungen die Kosten, die bei einer Bestellung anfallen, senken, weil bestimmte Anfragen oder Vorgänge nicht mehr stattfinden müssen oder das Bestellwesen automatisiert werden kann.

Die genannten Kostenvorteile können somit u. U. die Nachteile, die sich gemäß optimaler Bestellmenge ergeben würden, überkompensieren.

Hiermit soll nur angedeutet werden, dass man Brücken schlagen kann zwischen der herkömmlichen Bestellmengenrechnung und neueren Entwicklungen wie Just-in-time. Inwieweit Schulbücher dies versuchen bzw. überhaupt den scheinbaren Widerspruch beider Konzepte thematisieren, wird ein Prüfpunkt (von mehreren) im folgenden Kapitel sein.

5 Schulbuchdarstellungen in kritischer Würdigung

Zunächst einige Anmerkungen über Schulbücher als Untersuchungsgegenstand: Schulbücher sind sehr viel einfacher zu analysieren als faktische Unterrichtspraxis. Dennoch sind m. E. Rückschlüsse vom Schulbuch auf den Unterricht möglich. Kuhn beschreibt Schulbücher als ein „problemlos greifbares Sediment schulischer Kommunikationsprozesse"[9] und als „zum Leben erweckte Lehrpläne"[10], denen im Zuge ihres ministeriellen Genehmigungsverfahrens u. a. die Übereinstimmung mit Zielen und Inhalten des Lehrplans attestiert wurde. Es ist weiterhin anzunehmen, dass sich Lehrer zum Zwecke der Unterrichtsvorbereitung deutlich an Schulbüchern orientieren, somit erhalten letztere den Charakter eines Leitmediums bei der Vermittlung von Lerninhalten.[11] Becker spricht in diesem Zusammenhang vom Schulbuch als „Sprachrohr des Lehrers"[12], Reetz ist der Auffassung, dass Lehrer sich mit den in den Schulbüchern vorgefundenen Inhalten identifizieren würden.[13] Aber auch Schüler nutzen das Schulbuch bspw. im Rahmen der Vorbereitung von Klausuren. Insofern steht das Schulbuch in einem engen Zusammenhang mit dem Unterrichtsgeschehen und bietet sich als Untersuchungsgegenstand an.

Im Folgenden soll in knapper Form betrachtet werden, inwieweit Schulbücher bei den Gebieten optimale Bestellmenge und Just-in-time für die eingeflossenen Annahmen sensibilisieren und, damit in engem Zusammenhang stehend, inwieweit der Aufbau von Verständnis gefördert oder eher behindert wird. Hierbei soll es darum gehen, die Vielfalt der Probleme aufzuzeigen. Eine umfassende Schulbuchkritik mit dem Ziel, dem einzelnen Buch vollständig gerecht zu werden, ist somit nicht angestrebt - nicht zuletzt aus dem Grund der Vermeidung von Wiederholungen. Ausgewählt wurden auflagenstarke Schulbücher aus den Verlagen Merkur, Gehlen und Europa. Die betrachteten Schulbuchauszüge befinden sich im Anhang.

Wird man bezüglich der Frage nach dem Aufbau von Verständnis und der Sensibilisierung für die Annahmen konkreter, erbeben sich für mich die folgenden Teilfragen:

---

[9] Kuhn, Leo: Schulbuch – ein Massenmedium. Informationen, Gebrauchsanweisungen, Alternativen. Wien/München 1977, S. 40.
[10] Ebenda, S. 9.
[11] Vgl. Schnabel-Henke, Hanne: Wirtschaftsethik an kaufmännischen Schulen. Eine Schulbuchanalyse in konstruktiver Absicht. Baltmannsweiler 1995, S. 17.
[12] Becker, G.: Überlegungen zum Begriff Schulbuch. In: Schallenberger, Horst (Hrsg.): Das Schulbuch – Produkt und Faktor gesellschaftlicher Prozesse. Kastellaun 1973, S. 16.
[13] Vgl. Reetz, Lothar: Wirtschaftsdidaktik. Eine Einführung in Theorie und Praxis wirtschaftsberuflicher Curriculumentwicklung und Unterrichtsgestaltung. Bad Heilbrunn/Obb. 1984, S. 73.

- Lässt sich die Entstehung des mathematischen Modells nachvollziehen?
- Werden die Annahmen, die aufgrund ökonomischer oder mathematischer Zwänge getroffen wurden, deutlich?
- Wird deutlich, inwieweit Realitätsnähe der mathematischen Modellierung geopfert wurde?
- Werden die Leistungsfähigkeit und die Grenzen thematisiert?
- Erfährt die „Schnittpunkt-Ästhetik“ eine Erläuterung?
- Wie wird mit dem Verhältnis Just-in-time / optimale Bestellmenge umgegangen? (Diese Frage wird bei der folgenden Vorstellung der einzelnen Schulbücher jeweils in einem eigenen Unterpunkt behandelt. Diese Strukturierung lehnt sich an die Schulbücher an, in denen in der Regel die Bestellmengenrechnung und JIT ebenfalls separat behandelt werden)

Kühn, Gerhard / Schlick, Helmut: Spezielle Wirtschaftslehre Groß- und Außenhandel, 3. Auflage, Troisdorf 2002

In diesem Schulbuch wird verbal der Zielkonflikt bei der Beschaffung aufgegriffen und in diesem Zuge die beiden gegenläufigen Kostenarten vorgestellt. Bei den Bestellkosten wird behauptet, dass diese stets von der Bestellmenge unabhängig seien. Dies geschieht allerdings nicht in Form einer erkennbaren Annahme zum Zweck einer Formelherleitung, sondern als „Tatsachenbehauptung“. Selbiges gilt für die Annahme mengenabhängiger (genauer: wertabhängiger) Lagerkosten.

Den Ausführungen zu Bestell- und Lagerkosten folgt der Satz:
„Der Zusammenhang zwischen Bestellmenge, Bestellkosten und Lagerhaltungskosten wird in der Bestellmengenformel von Andler deutlich.“ Es folgt die Darstellung der Andlerschen Bestellmengenformel. Ein Hinweis, wie diese zustande kam, wird nicht gegeben.

Anhand eines Beispiels wird diese Formel angewandt. Diese Beispiel wird zusätzlich tabellarisch dargestellt. Weiterhin erfolgt eine grafische Abbildung des Beispiels:

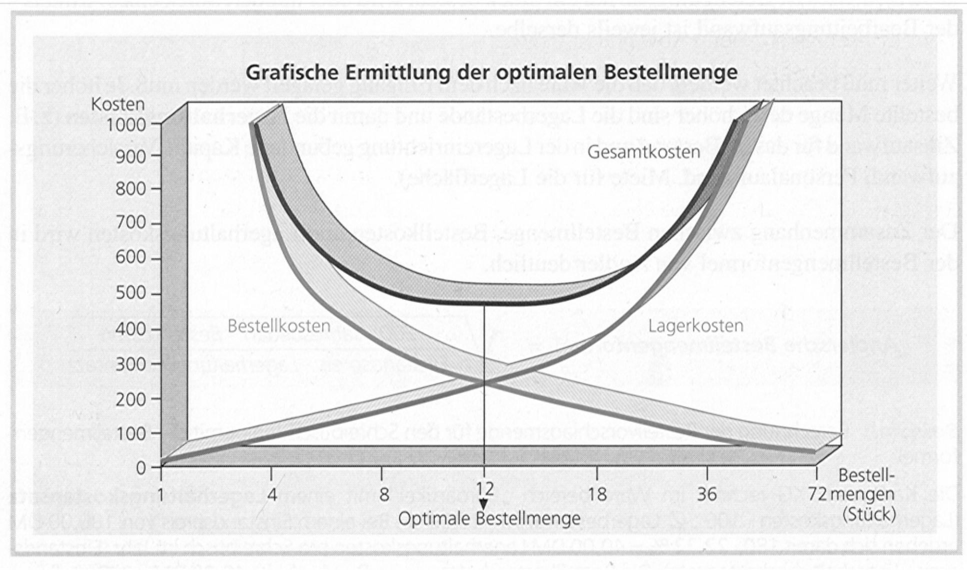

Abbildung 7: Grafische Darstellung der optimalen Bestellmenge bei Kühn / Schlick (S. 301)

Die grafische Darstellung der optimalen Bestellmenge in Form der Auftragung der Bestell-, Lager- sowie Gesamtkosten zeigt das Minimum der Gesamtkosten exakt an der Stelle, an der sich die beiden anderen Kostenkurven schneiden, was unkommentiert bleibt. Dies könnte man vielleicht noch tolerieren, viel gravierender im Hinblick auf die Frage „Was kann ein gutwilliger Schüler anhand des Schulbuchtextes lernen?“ ist das äußerst irreführende Schaubild: Es wird eine Symmetrie angedeutet, wo keine vorhanden ist. Die Lagerkostenkurve hat, folgt man dem üblichen Konzept der Bestellmengenoptimierung, die Form einer Gerade. In dem Schaubild bei Kühn / Schlick wird suggeriert, dass die Lagerkurve eine Art Spiegelbild der Bestellkostenkurve sei. Dies wird verursacht durch eine ungewöhnliche (weil nicht lineare) Skalierung der x-Achse. Welchem Prinzip die Einteilung der X-Achse folgt, ist nicht unmittelbar ersichtlich (sie ist auch nicht logarithmisch).

Aus didaktischer Sicht wird der Aufbau von Verständnis an dieser Stelle unnötigerweise deutlich behindert. Wenn Schüler diese Darstellung lernen und anschließend reproduzieren sollten, würde ich einen hohen Prozentsatz fehlerhafter Lösungen erwarten. Dies gilt auch in Anbetracht der Bezeichnungen der Achsen. Wie in den meisten Büchern wird die x-Achse mit „Bestellmenge“, die y-Achse mit „Kosten“ beschriftet. Dies ist auch nicht falsch, aus didaktischer Sicht aber etwas zu ungenau. Hinter der etwas lapidaren Bezeichnung „Kosten“ stehen schließlich die Kosten der Beschaffung und Lagerung, die im gesamten Betrachtungszeitraum entstehen – einer von vielen der verwendeten Kostenbegriffe. Auch der Ausdruck „Bestellmenge“ an der x-Achse kann täuschen, weil es sich hierbei um die Menge, die bei der <u>einzelnen</u> Bestellung bestellt wird, handelt. Hier besteht Verwechselungsgefahr mit dem Jahresbedarf B, denn es liegt m. E. kognitiv nahe, den gleichen Bezugsrahmen (also „pro Jahr“) auf beiden Achsen zu unterstellen. Es wäre eine empirische Frage, inwieweit sich die etwas oberflächlichen Achsenbezeichnungen auf die Fähigkeit, das Schaubild reproduzieren zu können, auswirkt.

Ein kleinerer Kritikpunkt liegt in der dreidimensionalen Darstellungsform der Kurven, wodurch die Ablesbarkeit der Werte unnötig erschwert wird.

Relativ ausführlich wird das rechnerische Ergebnis hinsichtlich der Leistungsfähigkeit eingeschränkt, als „Anhaltspunkt“ ausgewiesen und auf einige Aspekte, die eine Abweichung begründen, hingewiesen.

<u>Wie wird mit Just-in-time umgegangen?</u>

Just-in-time und optimale Bestellmenge werden getrennt behandelt (als Abstand in Seiten ausgedrückt: knapp 100 Seiten). Dies ist in drei der vier betrachteten Büchern der Fall und lässt bereits erahnen, dass kein Zusammenhang zwischen beiden Konzepten gesucht wird.

Die Ursache für Just-in-time wird hierbei eher in teuren Ladenmieten und geringer Lagerkapazität bei Einzelhändlern in Innenstadtlagen gesehen. Warum sich z. B. auch große Automobilfabriken diesem Konzept bedienen, bleibt ungeklärt.

Es wird recht ausführlich der Ablauf und die Voraussetzungen einer Just-in-time-Logistik dargestellt. Der Brückenschlag zum Konzept der optimalen Bestellmenge lässt sich nur anhand eines Satzes erahnen: „Solche unternehmensübergreifenden Kooperationen (logistische Partnerschaften) sind nahe liegend, da alle Produkte eine ganze Reihe von Unternehmen durchlaufen, und erschließen völlig neue Rationalisierungsmöglichkeiten“ (S. 92). Meines Erachtens wird hier (oder auch später im Kapitel über die optimale Bestellmenge) die Chance verpasst, diesen Punkt der „neuen Rationalisierungsmöglichkeiten“ in einen Zusammenhang mit der isolierten Optimierung zu bringen.

<u>Fazit</u>: Die Hauptschwierigkeiten für den Leser des Schulbuchauszugs liegen meines Erachtens darin, dass das Zustandekommen der Formel nicht angedeutet wird, dass das Diagramm äußerst irreführend ist und dass der Zusammenhang zwischen Just-in-time und dem Konzept der optimalen Bestellmenge nicht zufrieden stellend thematisiert wird.

Hartmann, Gernot / Härter, Friedrich: Spezielle Betriebswirtschaftslehre des Groß- und Außenhandels, 16., akt. Auflage, Rinteln 1999

Ähnlich wie im obigen Schulbuch aus dem Gehlen-Verlag werden zunächst die Kostenarten (Bestellkosten fix, Lagerkosten proportional zum Bestellwert) und ihre Gegenläufigkeit dargestellt. Anhand eines Beispiels wird eine Tabelle mit den Spalten „Anzahl der Bestellungen je Periode“, „Bestellmenge“, „Bestellkosten“, „Lagerhaltungskosten“ und „Kosten insgesamt“ erstellt. Die Besonderheit liegt darin, dass die Lagerkosten nicht als Lagerkostensatz, sondern als Geldbetrag pro bestelltem Stück eingeführt werden (statt als Lagerkostensatz auf den durchschnittlichen Lagerbestand).

Diese Tabellendaten werden nun noch einmal als Grafik dargestellt, in der Bestell-, Lager- und Gesamtkosten aufgetragen sind. Das Schnittpunktphänomen bleibt unerläutert. Auf den Einsatz der Andler-Formel wird verzichtet.

Abschließend folgt ein Absatz, der die Leistungsfähigkeit des Modells einschränkt, an dessen grundsätzlicher Einsetzbarkeit allerdings festhält.

Wie wird mit Just-in-time umgegangen?

Auch hier werden Just-in-time und optimale Bestellmenge separat behandelt. Das Just-in-time-Konzept wird damit begründet, dass versucht wird, die Kosten der Lagerhaltung „auf die Zulieferer abzuwälzen“ und dadurch angeblich zu senken. Inwieweit und warum diese Zulieferer Lagerhaltung möglicherweise günstiger betreiben können, und wie man mit eventuell steigenden Bestellkosten umgeht, wird nicht beleuchtet. Auch nicht ab Seite 330, wo sich mit der optimalen Bestellmenge befasst wird.

Fazit: Es erscheint mir konsequent, die Andler-Formel außen vor zu lassen, wenn man nicht näher auf deren Entstehung eingehen will. Allerdings entgeht somit auch die Möglichkeit, das Schnittpunktphänomen als Ergebnis bestimmter Setzungen, die vor allem mathematisch motiviert sind (und eben weniger ökonomisch), zu verdeutlichen. Der Brückenschlag zwischen optimaler Bestellmenge und JIT gelingt auch hier nicht zufrieden stellend.

Seidel, Horst / Temmen, Rudolf: Spezielle Betriebswirtschaftslehre Industrie, Bad Homburg vor der Höhe 1997

Dieses Schulbuch scheint mir insbesondere deshalb interessant, weil hier Just-in-time und optimale Bestellmenge direkt hintereinander abgehandelt werden und somit vielleicht Bezüge zueinander aufgebaut werden.

Unter der Überschrift „Steuerung der betrieblichen Lagerhaltung“ werden zunächst die verschiedenen Lagerkostenarten (Personalkosten, Sachkosten, Kosten der Kapitalbindung) dargestellt und anschließend das Problem Eigen- oder Fremdlagerung angesprochen. In der Folge wird die Just-in-time-Anlieferung vorgestellt: „Durch JIT wird das Material fertigungssynchron direkt an die Arbeitsplätze geliefert, um Lagerkosten zu sparen. Zugleich können die Transportkosten minimiert werden, wenn der Standort der Lieferanten in der Nähe der Fertigungsstätte liegt“ (Seidel / Temmen). Die Optimierung der Transportkosten aufgrund der Verlegung des Standortes der Zulieferer mag überlegenswert sein. Nur gilt es zu bedenken, dass durch die Erhöhung der Anzahl der Lieferungen zwar Lagerkosten eingespart werden, aber z. B. die angesprochenen Transportkosten dadurch steigen. Die Einführung einer fertigungssynchronen Belieferung bedeutet also nicht, wie hier suggeriert, dass man gleichzeitig die Lagerkosten als auch die Transportkosten senken kann.

Anschließend werden die Voraussetzungen und die Vor- bzw. Nachteile von JIT dargestellt. Im nächsten Unterkapitel wird auf einige Lagerkennzahlen eingegangen, um nun das Konzept der optimalen Bestellmenge anzugehen. Es werden, wie in den anderen Schulbüchern auch, die beiden gegenläufigen Kostenarten vorgestellt.

Interessant ist hierbei, dass Kosten wie Miete und Heizung zu VARIABLEN Lagerhaltungskosten erklärt werden: „Lagerhaltungskosten. Sie sind **variable Kosten,** die sich mit zunehmender Beschaffungsmenge proportional erhöhen. Gleichzeitig erhöht sich der durchschnittliche Lagerbestand, da der Lagerplatz länger in Anspruch genommen wird, z. B. *für Miete, Heizung, Verwaltung und Kapitalbindung*“ (S.84). Dies leuchtet nicht unmittelbar ein. Der Autor müsste einige Sätze über die Annahmen ausführen, die ihn dazu veranlasst haben, Kosten wie die Heizung als proportional abhängig vom Lagerwert zu behandeln. Dies bleibt allerdings aus und stiftet potenziell Verwirrung beim Leser.

Schwierig ist, wie in anderen Büchern auch, dass das Zustandekommen der Andler-Formel nicht angedeutet wird. Stattdessen ist die Formel plötzlich „einfach da“.

Anschließend folgt das Schaubild, in dem das Phänomen des Schnittpunkts unerläutert bleibt.

Fazit: Obwohl Just-in-time und optimale Bestellmenge fast direkt nacheinander bearbeitet werden, gelingt auch hier kein zufrieden stellender Brückenschlag. Problematisch ist auch hier die Vorstellung der beiden Kostenarten sowie das In-Erscheinung-Treten einer Formel quasi aus dem Nichts.

Groner, Roland / Neef, Ewald / Sauter, Werner / Speck, Heinrich / Tröster, Erhard: Spezielle Wirtschaftslehre Industrie, 2. Auflage, Neusäß 1999

Hier wird im Abschnitt über die optimale Bestellmenge zunächst der Zielkonflikt beschrieben, indem die beiden Extreme „Bestellung des gesamten Bedarf auf einmal“ und „laufende Bestellung“

aufgezeigt werden. Es wird hier insbesondere auf die Mengenrabatte, die sich bei einer größeren Bestellung ergeben können, abgestellt.

Anschließend wird dargestellt, dass die Bestellmengenrechnung bestimmte Kosten (auch Fehlmengenkosten) zum Ausgleich zu bringen hätte. Es folgt die Darstellung des Schaubildes mit Gesamtkosten, Lager- und Bestellkosten. Diese Grafik ist vermutlich für den Leser schwer zu verstehen, da die einzelnen Kostenarten nicht hinreichend eingeführt wurden.

Anschließend wird ein Zahlenbeispiel dargestellt, an dem die Andler-Formel (über deren Herleitung ebenfalls nichts erwähnt ist) ausprobiert wird. Als Einschränkung hinsichtlich der Leistungsfähigkeit der Formel wird Folgendes gesagt: „Die Bestandteile der Formel sind auf ein Jahr bezogen. Daher ist es schwierig, auf Kosten- und Bedarfsänderungen zu reagieren.“ Diesen Teil halte ich für zu knapp, um sich ein echtes Bild über die Annahmen und Grenzen der Andler-Formel machen zu können.

Im Bereich über Just-in-time wird auf den Abschluss von Rahmenverträgen zwischen Abnehmer und Zulieferer hingewiesen, ein Zusammenhang zur optimalen Bestellmenge wird nicht gesucht (S. 198). JIT diene aber dazu, dass „die Vorratshaltung auf ein kostengünstiges Maß beschränkt“ wird (S. 64). Auf Seite 80 wird bzgl. Just-in-time Folgendes geschrieben: „Durch JIT wird das Material fertigungssynchron direkt an die Arbeitsplätze geliefert, um Lagerkosten zu sparen. Zugleich können die Transportkosten minimiert werden, wenn der Standort der Lieferanten in der Nähe der Fertigungsstätte liegt.“ Dass hieße, dass Lagerkosten und Transportkosten (als Bestellkosten) gleichzeitig minimiert werden können (siehe hierzu weiter oben im Kommentar zu Seidel / Temmen).

<u>Fazit</u>: Sowohl das Schaubild als auch die Formel sind hier am knappsten von den betrachteten Schulbüchern eingeführt und erläutert. Ein Verstehen wird hierdurch erschwert. Bezüglich des Zusammenhangs zwischen Just-in-time und dem Konzept der optimalen Bestellmenge trifft man auch hier nicht auf den Versuch einer Verbindung beider Konzepte.

6 Fazit

Der Großteil dieses Textes stellt eine Art Sachanalyse für den Bereich optimale Bestellmenge und Andler-Formel dar. Ziel war es, die dort einfließenden Annahmen zu verdeutlichen, zu überprüfen, wie sich Änderungen in den Annahmen auswirken, und aufzuzeigen, welche Leistungsfähigkeit dem Konzept der optimalen Bestellmenge zuzuschreiben ist (vgl. bspw. das Zwischenfazit in Kapitel 4).

In einem zweiten Teil wurde ein prüfender Blick in verschiedene Schulbücher geworfen unter der Perspektive, wie viel ein gutwilliger Schüler in Anbetracht dessen, was hier im ersten Teil aufgezeigt wurde, wirklich verstehen kann.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Schulbuchdarstellungen Verbesserungsbedarf aufweisen:

Dort, wo die Andler-Formel Verwendung findet, fällt sie i. d. R. ohne Hinweis auf ihre Entstehung vom Himmel. Auch verbal wird das Zustandekommen nicht weiter dargelegt. Es erscheint mir sehr zweifelhaft, dass man auf diesem Weg für die Leistungsfähigkeit und die Grenzen der Formel sensibilisiert wird.

Die unkommentierte Schnittmengenästhetik sowie den angeblichen Ausschluss von lagerfixen Kosten (zur Erinnerung: Der Einbezug lagerfixer Kosten bedeutet keine Änderung der errechneten optimalen Bestellmenge, nur verschiebt sich der Schnittpunkt von Bestellkosten und Lagerkosten) erachte ich als problematisch. Wenngleich vielleicht einsehbar ist, dass man keine komplette mathematische Herleitung bzgl. des Schnittpunkts anbringen muss, könnten die Gründe für dieses Phänomen nach meiner Ansicht wenigstens verbal angedeutet werden.

So verwundert es nicht, dass die Annahmen, die in das Konzept der optimalen Bestellmenge eingeflossen sind, nicht sonderlich expliziert werden. Statt einfach zu behaupten, dass die Bestellkosten immer fix seien und dass die im Rahmen der Lagerung anfallenden Kosten stets abhängig von der Menge bzw. von dem Wert der bestellten Ware seien, wäre der Hinweis darauf, dass es sich hier um eine Annahme handelt, auf die sich das weitere mathematische Verfahren stützt, angebracht. Schließlich handelt es sich hier nicht um eine Vorgabe, die allein ökonomisch zu begründen wäre. An dieser Stelle, die in meinen Augen eine der für das Verständnis entscheidenden ist, wird zu sehr mit Erklärungen gespart. Warum bspw. die Kosten für die Beheizung eines Lagers als variabel angesehen werden (Seidel / Temmen), ist mindestens erklärungsbedürftig.

Die grafischen Darstellungen sind m. E. geeignet, den Leser aufgrund der ungenauen Achsenbezeichnungen in die Irre zu führen. Insbesondere weil mehrere Kosten- und Mengenbegriffe benutzt werden, wäre hier mehr Genauigkeit angebracht.

Weiterhin wird auch nicht die Frage thematisiert, wie problematisch das „Hinunterbrechen“ von Kosten wie die des Personals auf den einzelnen Bestellvorgang sein kann. Wie also kann man in einem Betrieb die für die Anwendung der Formel notwenigen Zahlen ermitteln, die das Schulbuch sehr selbstverständlich vorgibt? Unbeleuchtet bleibt auch, inwieweit die ökonomische Annahme zutrifft, dass sich bspw. die Personalkosten bei Mehrarbeit quasi „stufenlos“ entwickeln können oder ob man im konkreten Unternehmen nicht vielleicht auf Auslastungsreserven trifft, die eine andere Betrachtung der Bestell- und Lagerkosten notwendig macht. Es wäre also eine empirische Frage, welche Elastizität den Gesamtkosten in Abhängigkeit von der Bestellmenge zugeschrieben werden kann.

Ebenfalls wäre empirisch zu klären, welchen praktischen Stellenwert das Konzept der optimalen Bestellmenge hat. Sind es wirklich relevante Summen, die auf diesem Weg gespart werden können? Schließlich fallen Bestellungen entweder als Routinetätigkeit an – dann würden die Bestellkosten keine große Rolle spielen. Oder es handelt sich um aufwendigere Bestellungen mit Angebotsvergleichen – dann wären die Bestellkosten möglicherweise in einem relevanten Bereich, man kann aber nun nur noch schwerlich von einem konstanten Preis über die gesamte Periode hinweg ausgehen. Schließlich liegt das Ziel jeder einzelnen Bestellung, die Angebotsvergleiche einholt, gerade darin, eine Senkung der Einkaufspreise zu erreichen.

Der Zusammenhang zwischen Just-in-time und der optimalen Bestellmenge wird in keinem der betrachteten Bücher hinreichend problematisiert. Gerade die Thematisierung des Widerspruchs oder auch des Gemeinsamen zwischen der herkömmlichen Optimierung der Bestellmenge und neueren Logistikkonzepten wie Just-in-time bieten m. E. Möglichkeiten, zu tieferem Verständnis zu gelangen. Dies wird nicht genutzt. Just-in-time und optimale Bestellmenge werden vielmehr als zwei Sphären, die keine direkte Verbindung zueinander haben, behandelt.

Diese Mankos zu beheben ist somit Aufgabe der Lehrenden. Inwieweit und auf welche Weise sie sich dabei der Andler-Formel und ihrer Implikationen bedienen, ist ihre Freiheit. Wenn sich Lehrende für den Einsatz der Andler-Formel entscheiden, soll dieser Text helfen, möglichst verständig mit ihr umzugehen.

Literatur

Becker, G.: Überlegungen zum Begriff Schulbuch. In: Schallenberger, Horst (Hrsg.): Das Schulbuch – Produkt und Faktor gesellschaftlicher Prozesse. Kastellaun 1973

Groner, Roland / Neef, Ewald / Sauter, Werner / Speck, Heinrich / Tröster, Erhard: Spezielle Wirtschaftslehre Industrie, 2. Auflage, Neusäß 1999

Hartmann, Gernot / Härter, Friedrich: Spezielle Betriebswirtschaftslehre des Groß- und Außenhandels, 16., akt. Auflage, Rinteln 1999

Kuhn, Leo: Schulbuch – ein Massenmedium. Informationen, Gebrauchsanweisungen, Alternativen. Wien/München 1977

Kühn, Gerhard / Schlick, Helmut: Spezielle Wirtschaftslehre Groß- und Außenhandel, 3. Aufl., Troisdorf 2002

Reetz, Lothar: Wirtschaftsdidaktik. Eine Einführung in Theorie und Praxis wirtschaftsberuflicher Curriculumentwicklung und Unterrichtsgestaltung. Bad Heilbrunn/Obb. 1984

Schnabel-Henke, Hanne: Wirtschaftsethik an kaufmännischen Schulen. Eine Schulbuchanalyse in konstruktiver Absicht. Baltmannsweiler 1995

Seidel, Horst / Temmen, Rudolf: Spezielle Betriebswirtschaftslehre Industrie, Bad Homburg vor der Höhe 1997

Wöhe, Günter: Einführung in die Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, 20. Aufl., München 2000

ANHANG

- Schulbuchauszüge

  (1) Kühn, Gerhard; Schlick, Helmut: Spezielle Wirtschaftslehre Groß- und Außenhandel. 3. Auflage, Troisdorf 2002, S. 191-196, S. 299-303.

  (2) Hartmann, Gernot / Härter, Friedrich: Spezielle Betriebswirtschaftslehre des Groß- und Außenhandels, 16., akt. Auflage, Rinteln 1999, S. 109-111, S. 330-332.

  (3) Seidel, Horst / Temmen, Rudolf: Spezielle Betriebswirtschaftslehre Industrie, Bad Homburg vor der Höhe 1997, S. 77-85, S. 181.

  (4) Groner, Roland / Neef, Ewald / Sauter, Werner / Speck, Heinrich / Tröster, Erhard: Spezielle Wirtschaftslehre Industrie, 2. Auflage, Neusäß 1999, S. 77-78, S. 198-199.